5 Elementos de Simetria

1. (a) Encontre as matrizes que representam as rotações de um triângulo equilátero usando um sistema de coordenada cartesiano. (b) Repita exercício anterior usando um sistema de coordenadas oblíquo apropriado.

2. Todos as transformações isoméricas do ponto $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ para o ponto $\mathbf{x}^{'} = (x_1^{'}, x_2^{'}, x_3^{'})$ satisfazem a seguinte condição :

$$\begin{pmatrix} x_1^{'} \\ x_2^{'} \\ x_3^{'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix}$$

   ou de forma matricial $\mathbf{x}' = R\mathbf{x} + \tau \equiv \{\mathbf{R}|\tau\}\mathbf{x}$.

   (a) As coordenadas de um ponto $\mathbf{x}'$ depois da transformação são $(-y, x, z)$. Qual é a matriz R e o vetor $\mathbf{r}$ correspondente a esta transformação ? Demonstre se esta transformação deixa algum ponto fixo e determine as coordenadas deste ponto. Interprete geometricamente esta transformação . Repita o exercício para $\mathbf{x}' = (1 - y, x, z)$.

   (b) Determine se a transformação $\mathbf{x}' = (x, -y, 1/2 + z)$ deixa algum ponto fixo? Podemos considerar esta transformação como um translação pura? Calcule o produto desta transformação por ela mesmo. Dê um interpretação geométrica para esta transformação .

   (c) Para a transformacao $\mathbf{x}' = (-y, x - y, z)$, determine o conjunto dos produtos $\{R|\tau\}^n$ onde $n = 1, 2, ..$, at obter $\{1|0\}$. Para cada transformação encontre a transformação inversa correspondente.